平成28年度 知の協創 実践学講座

東京大学 高大接続研究センター 大学発教育支援コンソーシアム推進機構が主催する「平成28年度 知の協創 実践学講座」を開催いたしました。

大学側と教育界が実践知を軸に新しい高大連携の可能性を模索し続けることを目指すものとして、これまでに、「免疫とは何か」、「ゆっくり落ちるパラシュートづくり」、「光マップ」、「『東京』から近現代を探る」を開催してまいりました。今回は、「大学への数学・大学からの数学」を題材に、高大の数学の連続性や大学からの数学の広がりや深まりについて、体験型演習、大学の専門家の講義、専門家との交流など高校生と大学生、大学院生や研究者が一つの課題をめぐって一緒に話し合っ考える講座を実施しました。

- 日時 平成29年3月18日（土）10:00～16:00
- 場所 東京大学本郷キャンパス 福武ラーニングスタジオ
- 参加者 ・東京都立高等学校、埼玉県立高等学校の生徒29名
・東京大学の大学院生・研究者・高校教諭ら約10名
- プログラム
「大学への数学・大学からの数学」

○日程

- 9:30 - 受付
- 10:00 - 10:10 挨拶、趣旨説明
- 10:15 - 11:15 問題演習「極限とは何か」
元神奈川大学 特任教授 何森 仁 氏
- 11:30 - 12:50 ジグソー型演習「極限の新しい説明の仕方」
- 12:50 - 14:00 昼休み
- 14:00 - 14:45 講義「数学者は無限をどのように捉えてきたか」
東京大学大学院数理科学研究所
研究科長 教授 河野 俊文 氏
- 15:00 - 16:20 ポスター・セッション
「大学からの数学について見えてきたこと・もっと知りたいこと」

当日の様子

【午前の活動】

- (1) 問題演習（何森氏）「極限とは何か」

(2) ジグソー型演習「極限の新しい説明の仕方」

[ジグソー課題]

極限の新しい説明の仕方について、3つの少し異なるアプローチからのヒントについて学んできてもらいました。3つのアプローチを共有して、その共通点を基に、次の問いにグループで答えを作り、ホワイトボードにまとめましょう。

1.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

上の式は「 n が無限大に限りなく近づくとき、 $\frac{1}{n}$ は0に限りなく近づくこと」を示しています。どうしてそう言えるのでしょうか。数学者が納得するような説明をしてみてください。

2. 「極限」について説明するのに、1で考えた論法は、高等学校で学習する「限りなく近づく」論法と比べて、なぜ数学的によりよい表現だと言えそうでしょうか。「有限」「無限」の語を使って説明してみてください。

①プレ

②エキスパート活動

③ジグソー活動

④クロストーク

・ 現職の数学教諭からコメント

・ 各グループの成果物

(収束するに
 之前後) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ とする。 $\epsilon > 0$ と仮定する。 $n > 0$ として $\frac{1}{n} > 0$ である。 $\epsilon > 0$ である。 $\forall \epsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall n \in \mathbb{N}$ $n > N \Rightarrow |\frac{1}{n} - 0| < \epsilon$ である。 $\epsilon = \frac{1}{2}$ とおくと条件を満たす N は $n > 2$ である。 $|\frac{1}{n} - 0| < \frac{1}{2}$ ① $\therefore n > \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$ である。 $\frac{1}{2} < \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$ ② $\therefore n$ が充分大ならば $\frac{1}{n}$ は 0 に収束する。 $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

⑦ $0 < \frac{1}{n} < \epsilon$ とする。 ϵ が小さくなるにつれて $\frac{1}{n}$ は 0 に近い値になる。 $\therefore \forall \epsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall n \in \mathbb{N}$ $n > N \Rightarrow |\frac{1}{n} - 0| < \epsilon$ である。 $\epsilon < \epsilon_2 < \epsilon_1$ とする。 ϵ_1 のとき $\frac{1}{n} < \epsilon_1$ である。 ϵ_2 のとき $\frac{1}{n} < \epsilon_2$ である。 $\therefore \frac{1}{n} < \epsilon_2 < \epsilon_1$ である。 $\therefore \frac{1}{n}$ が 0 に近づくにつれて $\frac{1}{n}$ は 0 に近づく。

⑧ $n = N, M$ ($N < M$) とする。 $|\frac{1}{N} - 0| > |\frac{1}{M} - 0|$ であり、 $n = M$ のときは $|\frac{1}{M} - 0|$ の差が縮まる。 $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

⑨ $\epsilon = 0.1$ とする。 $N = 10$ として $\frac{1}{N} = 0.1$ である。 $n > N$ ならば $|\frac{1}{n} - 0| < \epsilon$ である。 $|\frac{1}{n} - 0| < \epsilon$ である。 $\frac{1}{100} < \epsilon$

【午後の活動】

(3) 講義 (河野研究科長) 「数学者は無限をどのように捉えてきたか」

(4) ポスターセッション

① ポスター作成

② ポスター交流

・各グループの成果物

高校生の感想として以下のようなものがありました。

- ・ 今後数学の定義そのものを考えたり、定義を拡張したり、新たに考えることをやってみたい。
- ・ 「大学からの数学」は自ら疑問を持ち、問いに臨むことをである。
- ・ 「大学からの数学」は哲学に近く、他の分野との関連性が強い。
- ・ 自分で主体的に数学に向き合うのが「大学からの数学」だと思った。

このような既成概念にとらわれない高大連携の在り方は、今後の高等学校教育とそれに連なる大学教育を考える上で、必要不可欠なものになっていくと実感しました。